

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering/ Diploma Architecture – SEM – 1/2– EXAMINATION – Summer-2025

Subject Code: 4300001

Date: 03-06-2025

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 01:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill the blanks using appropriate choice from the given option
નીચે આપેલા વિકલ્પમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો

14

- (1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} =$ _____
(a) -20 (b) 20 (c) 4 (d) -4
- (2) If $f(x) = x^2 - 3x + 1$, then $f(2) + f(3) =$ _____
જો $f(x) = x^2 - 3x + 1$ હોય તો $f(2) + f(3) =$ _____
(a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) -2
- (3) $\log_a a =$ _____
(a) 0 (b) 1 (c) a (d) -1
- (4) $\log_5 4 \times \log_4 5 =$ _____
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0
- (5) $135^\circ =$ _____ radian
 $135^\circ =$ _____ રેડીયન
(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$ (c) $\frac{5\pi}{4}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$
- (6) Principal period of $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right) =$ _____
 $\cos\left(\frac{2x}{3} + 5\right)$ નું મુખ્ય આવર્તમાન _____ છે.
(a) 3π (b) π (c) $\pi/2$ (d) 0
- (7) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) =$ _____
(a) $-\cos \theta$ (b) $\cos \theta$ (c) $\sin \theta$ (d) $-\sin \theta$
- (8) $(i+2k) \times (3j+k) =$ _____
(a) 7 (b) 3 (c) 1 (d) 2
- (9) $i \times k =$ _____
(a) j (b) -j (c) 1 (d) 0
- (10) Slope of the line $2x + y - 8 = 0$ is _____
સુરેખા $2x + y - 8 = 0$ નો ઢાળ _____ છે
(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) -2
- (11) Radius of the circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ is _____
વર્તુળ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ની ત્રિજ્યા _____ છે
(a) $g^2 + f^2 - c$ (b) $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ (c) $\sqrt{g^2 + f^2 - c^2}$ (d) $\sqrt{g^2 + f^2 + c}$

(12) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\log_e e$ (b) $\log_e a$ (c) e (d) a

(13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) $\frac{\pi}{180}$ (b) $\frac{180}{\pi}$ (c) 1 (d) 0

(14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{2n+3} = \underline{\hspace{2cm}}$
 (a) 1 (b) 0 (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

Q.2 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. $\begin{vmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$ find the value of given determinates

આપેલા નિશ્ચયકની કિંમત શોધો $\begin{vmatrix} -1 & 6 & -2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

2. If $f(x) = x^2 + 1$, then find $\frac{f(5)-f(3)}{f(1)}$

જો $f(x) = x^2 + 1$, તો $\frac{f(5)-f(3)}{f(1)}$ ની કિંમત શોધો.

3. Prove it $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

સાબિત કરો $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. If $\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ then prove that $x=y$

જો $\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ તો સાબિત કરો કે $x=y$

2. Prove that $\log_a p + \log_{a^2} p^2 + \log_{a^3} p^3 + \log_{a^4} p^4 = 4 \log_a p$

સાબિત કરો કે $\log_a p + \log_{a^2} p^2 + \log_{a^3} p^3 + \log_{a^4} p^4 = 4 \log_a p$

3. If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then prove that

i. $f(x) \cdot f(-x) = 1$ ii. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે

i. $f(x) \cdot f(-x) = 1$ ii. $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

Q.3 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. Prove that $\frac{\sin 79^\circ + \sin 19^\circ}{\cos 19^\circ - \cos 79^\circ} = \sqrt{3}$
 સાબિત કરો $\frac{\sin 79^\circ + \sin 19^\circ}{\cos 19^\circ - \cos 79^\circ} = \sqrt{3}$

2. Prove that $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta} = \tan 2\theta$
 સાબિત કરો $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta} = \tan 2\theta$

3. If the radius of the circle $4x^2 + 4y^2 - 16x - 12y + a = 0$ is 2, then find the value of a.

વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 - 16x - 12y + a = 0$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય ૨ હોય તો 'a' ની કિંમત શોધો

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. $\frac{\sin(180^\circ - \theta) \cos(270^\circ - \theta) \operatorname{cosec}(90^\circ + \theta)}{\sec(270^\circ + \theta) \cot(90^\circ + \theta) \cot(360^\circ - \theta)} = -\sin \theta \cos \theta$

Prove that. (સાબિત કરો)

2. Draw the graph of $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)

$y = \sin x$ નો આલેખ રાખો ($0 \leq x \leq \pi$)

3. Prove that the angle between the vectors $\bar{i} + 2\bar{j}$ and $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$ is $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$

સાબિત કરો કે સદિશો $\bar{i} + 2\bar{j}$ અને $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1} \sqrt{\frac{46}{55}}$ છે

Q.4 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. If $\bar{a} = (1,2,1)$ $\bar{b} = (2,1,1)$ and $\bar{c} = (3,4,1)$ then find $|\bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c}|$.

જો $\bar{a} = (1,2,1)$ $\bar{b} = (2,1,1)$ અને $\bar{c} = (3,4,1)$, તો $|\bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c}|$ શોધો

2. For what value of p, the vector $2\bar{i} + 3\bar{j} - 5\bar{k}$ and $p\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$ are perpendicular to each other?

p ની કઈ કિંમત માટે, સદિશો ની કઈ કિંમત માટે, સદિશો $2\bar{i} + 3\bar{j} - 5\bar{k}$ અને $p\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$ એકબીજાને લંબ થશે.

3. For which value of k, line $7x + y = 1$ and $3x - ky = -2$ will be perpendicular to each other?

k ની કઈ કિંમત માટે, રેખાઓ $7x + y = 1$ અને $3x - ky = -2$ એકબીજાને લંબ થશે.

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. Forces $(3, -2, 1)$ and $(-1, -1, 2)$ are acting on a particle and the particle moves from point $(2, 2, -3)$ to $(-1, 2, 4)$. Find the work done.

બળો $(3, -2, 1)$ અને $(-1, -1, 2)$ ની અસર હેઠળ એક પદાર્થનું $(2, 2, -3)$ થી $(-1, 2, 4)$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.

2. Find the unit vector perpendicular to both the vector $\bar{a} = 5\bar{i} + 7\bar{j} - 2\bar{k}$ and $\bar{b} = \bar{j} - 2\bar{k} + 3\bar{i}$

સદિશો $\bar{a} = 5\bar{i} + 7\bar{j} - 2\bar{k}$ અને $\bar{b} = \bar{j} - 2\bar{k} + 3\bar{i}$ બંને ને લંબ હોય તેવા સદિશનો એકમ સદિશ શોધો.

3. Find $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8}$.

Q.5 A. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

06

1. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

2. Find $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{5x}{7})^{\frac{2}{x}}$

શોધો $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{5x}{7})^{\frac{2}{x}}$

3. Find $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+p} - \sqrt{x})$

શોધો $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+p} - \sqrt{x})$

B. Attempt any two. ગમે તે બે ગણો

08

1. Find the equation of a circle having center $(3, -1)$ and passing through the point $(-1, 2)$.

$(3, -1)$ કેન્દ્ર ધરાવતા અને $(-1, 2)$ બિંદુમાંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો.

2. Find the equation of a line passing through the point $(-2, 3)$ and perpendicular to the line joining the points $(-5, 2)$ and $(1, -2)$

બિંદુ $(-2, 3)$ માંથી પસાર થતી અને બિંદુઓ $(-5, 2)$ અને $(1, -2)$ ને જોડતી રેખા ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

3. Find the equation of tangent and normal for the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ at the point $(-2, 2)$.

વર્તુળ $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ ના બિંદુ $(-2, 2)$ પાસેના સ્પર્શક અને અભિલંબ ના સમીકરણો મેળવો

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (NEW) – EXAMINATION – Summer-2024

Subject Code: 4300001
Subject Name: Mathematics
Time: 10:30 AM TO 01:00 PM
Instructions:

Date: 06-06-2024

Total Marks: 70

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of non-programmable scientific calculator is permitted.
6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

આપેલ વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય પસંદગીનો ઉપયોગ કરીને ખાલી જગ્યાઓ ભરો.

1. $\begin{vmatrix} x & -4 \\ y & 4 \end{vmatrix} = 20$ then $x+y =$ _____

A. 4

B. 5

C. -4

D. -5

2. if $\sqrt{\log_3 x} = 2$ _____

A. 9

B. 81

C. 3

D. 6

૨. જો $\sqrt{\log_3 x} = 2$ _____

અ. 9

બ. 81

૮. 3

૬. 6

3. $\log_a a =$ _____

A. 0

B. 1

C. a

D. -1

૩. $\log_a a =$ _____

અ. 0

બ. 1

૬. a

૬. -1

4. If $\log a - \log b =$ _____

A. $\log ab$

B. $\log a/b$

C. $\log b/a$

D. $\log (a-b)$

૪. જો $\log a - \log b =$ _____.

અ. $\log ab$

બ. $\log a/b$

૬. $\log b/a$

૬. $\log (a-b)$

5. $135^\circ =$ _____ radian.

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{5\pi}{4}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

૫. $135^\circ =$ _____ રેડિયન

અ. $\frac{\pi}{4}$ બ. $\frac{3\pi}{4}$ ક. $\frac{5\pi}{4}$ ડ. $\frac{5\pi}{6}$

6. $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

૬. $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

- અ. 1 બ. -1 ક. 0 ડ. 2

7 $\sin^{-1}(\cos \frac{\pi}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

૭ $\sin^{-1}(\cos \frac{\pi}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ. $\frac{\pi}{6}$ બ. $\frac{\pi}{3}$ ક. $\frac{\pi}{2}$ ડ. $\frac{5\pi}{6}$

8 $\underline{\hspace{2cm}}$ is unit vector.

- A. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{5}, \frac{4}{5})$ D. (0,0)

૮ $\underline{\hspace{2cm}}$ એકમ સદિશ છે.

- અ. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ બ. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ક. $(\frac{1}{5}, \frac{4}{5})$ ડ. (0,0)

9. If line $2x-3y+5 = 0$ then slope is = $\underline{\hspace{2cm}}$

- A. $\frac{-2}{3}$ B. $\frac{-3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

૯. $2x-3y+5 = 0$ માંથી પસાર થતી રેખા નો ઢાળ = $\underline{\hspace{2cm}}$

- અ. $\frac{-2}{3}$ બ. $\frac{-3}{2}$ ક. $\frac{2}{3}$ ડ. $\frac{3}{2}$

10. If line $3x+5 = 0$ then X-intercept is $\underline{\hspace{2cm}}$

- A. $\frac{-5}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. 0

૧૦. રેખા $3x+5 = 0$ નો X- અંતઃખંડ $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

- અ. $\frac{-5}{3}$ બ. $\frac{5}{3}$ ક. $\frac{3}{5}$ ડ. 0

11. Find a centre of circle from given $2x^2+2y^2+6x-8y-8 = 0$ $\underline{\hspace{2cm}}$

- A. $(\frac{-3}{2}, 2)$ B. $(\frac{3}{2}, -2)$ C. $(\frac{-3}{2}, -2)$ D. $(\frac{3}{2}, 2)$

૧૧. વર્તુળ $2x^2+2y^2+6x-8y-8 = 0$ નું કેન્દ્ર $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

અ. $(\frac{-3}{2}, 2)$ બ. $(\frac{3}{2}, -2)$ ક. $(\frac{-3}{2}, -2)$ ડ. $(\frac{3}{2}, 2)$

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ∞

૧૨. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. ∞

13. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

- A. 0 B. $\frac{1}{\theta}$ C. 1 D. θ

૧૩. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ. 0 બ. $\frac{1}{\theta}$ ક. 1 ડ. θ

14. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = \underline{\hspace{2cm}}$

- A. 1 B. 6 C. 3 D. -3

૧૪. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = \underline{\hspace{2cm}}$

- અ. 1 બ. 6 ક. 3 ડ. -3

Q.2 (A) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો.

06

1. Solve equation $\begin{bmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 4.$

૧. સમીકરણ ઉકેલો $\begin{bmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 4.$

2. $F(x) = \log(\frac{x-1}{x})$ then prove that $f(f(x)) = x.$

૨. જો $F(x) = \log(\frac{x-1}{x})$ સાબિત કરો કે $f(f(x)) = x.$

3. Draw the graph of $y = \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi.$

૩. $y = \sin x, 0 \leq x \leq 2\pi$ નો આલેખ દોરો.

(B) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો.

08

1. Prove that. $7 \log(\frac{16}{15}) + 5 \log(\frac{25}{24}) - 3 \log(\frac{80}{81}) = \log 2.$

૧. સાબિત કરો કે. $7 \log(\frac{16}{15}) + 5 \log(\frac{25}{24}) - 3 \log(\frac{80}{81}) = \log 2.$

2. Solve equation. $\log(2x + 1) + \log(3x - 1) = 0$.

૨. સમીકરણ ઉકેલો $\log(2x + 1) + \log(3x - 1) = 0$.

3. Prove that: $\frac{1}{\log 12^{60}} + \frac{1}{\log 15^{60}} + \frac{1}{\log 20^{60}} = 2$

૩. સાબિત કરો: $\frac{1}{\log 12^{60}} + \frac{1}{\log 15^{60}} + \frac{1}{\log 20^{60}} = 2$

Q.3 (A) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો

06

1. Prove that. $\cos 35^\circ + \cos 85^\circ + \cos 155^\circ = 0$.

૧. સાબિત કરો કે $\cos 35^\circ + \cos 85^\circ + \cos 155^\circ = 0$.

2. Prove that. $2\tan^{-1}\frac{2}{3} = \tan^{-1}\frac{12}{5}$.

૨. સાબિત કરો કે $2\tan^{-1}\frac{2}{3} = \tan^{-1}\frac{12}{5}$.

3. To find out center and radius from given circle $4x^2 + 2y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$.

૩. જો વર્તુળ $4x^2 + 2y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ હોય તો વર્તુળ નું કેન્દ્ર તથા ત્રિજ્યા શોધો.

(B) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો.

08

1. Prove that. $(1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ) = 2$.

૧. સાબિત કરો કે $(1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ) = 2$.

2. Prove that. $\frac{\sin(A-B)}{\sin A \sin B} + \frac{\sin(B-C)}{\sin B \sin C} + \frac{\sin(C-A)}{\sin C \sin A} = 0$.

૨. સાબિત કરો કે $\frac{\sin(A-B)}{\sin A \sin B} + \frac{\sin(B-C)}{\sin B \sin C} + \frac{\sin(C-A)}{\sin C \sin A} = 0$.

3. If $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (1, 2, -2)$ then find $|\vec{a} + \vec{b}| \times |\vec{a} - \vec{b}|$.

૩. જો $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (1, 2, -2)$ હોય તો $|\vec{a} + \vec{b}| \times |\vec{a} - \vec{b}|$ શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો

06

1. Prove that \vec{A} perpendicular to $\vec{A} \times \vec{B}$ if $\vec{A} = (1, -1, -3)$, $\vec{B} = (1, 2, -1)$.

૧. સાબિત કરો કે : જો $\vec{A} = (1, -1, -3)$, $\vec{B} = (1, 2, -1)$ હોય તો $\vec{A} \times \vec{B}$ એ \vec{A} ને લંબ છે

2. if $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-2, 1, -2)$, so find out unit vector perpendicular to both the vectors.

૨. જો $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-2, 1, -2)$ ને લંબ એકમ સદિશ શોધો.

3. Force $(3, -2, 1)$ and $(-1, -1, 2)$ act on a particle and the particle moves from a point $(2, 2, -3)$ to $(-1, 2, 4)$. Find the work done.

૩. એક કણ પર બળ $(3, -2, 1)$ અને $(-1, -1, 2)$ લાગે છે. અને કણ બિંદુ $(2, 2, -3)$ થી $(-1, 2, 4)$ સુધી ખસે છે તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(B) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો

08

1. For what value of m the vectors $2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ and $m\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k}$ are perpendicular to each other?

૧. m ની કઈ કિંમત માટે વેક્ટર $2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ અને $m\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k}$ એકબીજાને લંબરૂપ છે?

2 Show that the angle between the vectors (1, 1, -1) and (2, -2, 1) is $\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{26}{27}}\right)$.

૨. બતાવો કે (1, 1, -1) અને (2, -2, 1) વેક્ટર વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{26}{27}}\right)$ છે.

3 Evaluate. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$.

૩. લક્ષ મેળવો. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 5x + 3}$.

Q.5 (A) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો.

06

1 Evaluate. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$

૧. લક્ષ મેળવો. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$

2 Evaluate. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$.

૨. લક્ષ મેળવો. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$.

3 Evaluate. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum n^2}{n^3}$.

૩. લક્ષ મેળવો. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum n^2}{n^3}$.

(B) Attempt any two. કોઇપણ બેના જવાબ આપો

08

1. Find intercepts of a given line $4x + 7y = 0$ on axis.

૧. આપેલી રેખા $4x + 7y = 0$ પર થી રેખા ના અક્ષો પર ના અંતઃખંડો શોધો.

2. Find an equation of a line passing through (2, 4) and perpendicular to $5x - 7y + 11 = 0$

૨. (2, 4) માંથી પસાર થતી તેમજ $5x - 7y + 11 = 0$ ને લંબ આવેલી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

3. Find the equation of a circle having centre at (3, 4) and passing through origin.

૩. (3, 4) કેન્દ્રવાળા તેમજ ઉગમબિંદુ માંથી પસાર થતા વર્તુળ નું સમીકરણ મેળવો.

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – 1 - EXAMINATION – SUMMER-2022

Subject Code: 4300001

Date :24-08-2022

Subject Name: Mathematics

Time:02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks:70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.
5. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options: 14
નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરીને ખાલી જગ્યા પૂરો

(1) $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) 11 (b) -11 (c) 31 (d) -31

(2) If $f(x) = x^3 - 1$ then, the value of $f(2) - f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$
જો $f(x) = x^3 - 1$ હોય તો, $f(2) - f(3)$ નું મૂલ્ય = _____
(a) 19 (b) -19 (c) 35 (d) -35

(3) $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) 6 (b) 2 (c) 1 (d) 5

(4) If $f(x) = \log_e e^x$ then, $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$
જો $f(x) = \log_e e^x$ હોય તો, $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$
(a) -1 (b) 1 (c) 0 (d) e

(5) $12^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ radian
 $12^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ રેડિયન
(a) $\frac{\pi}{15}$ (b) 15π (c) 3π (d) $\frac{2\pi}{3}$

(6) Principal period of $f(x) = \sin(3 - 5x)$ is _____
 $f(x) = \sin(3 - 5x)$ નું મુખ્ય આવર્તમાન _____ છે.

(a) $\frac{5\pi}{2}$ (b) $\frac{2\pi}{5}$ (c) $\frac{-5\pi}{2}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

(7) $3\tan^{-1}(\sqrt{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 120^0 (b) 60^0 (c) 180^0 (d) 30^0

(8) $(i + 2k) \cdot (3j + k) = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 7 (b) 3 (c) 1 (d) 2

(9) $k \times i = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) j (b) -j (c) 1 (d) 0

(10) Slope of the straight line $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

ସ୍ତରସીଧ $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ ନି $\underline{\hspace{2cm}}$ ଯୁ

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) $-\frac{3}{2}$

(11) Radius of the circle $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ is $\underline{\hspace{2cm}}$

ବୃତ୍ତ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ନି $\underline{\hspace{2cm}}$ ବ୍ୟାସରାଜି.

(a) 2 (b) $\sqrt{2}$ (c) 6 (d) $\sqrt{6}$

(12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $\frac{\pi}{180}$ (b) $\frac{180}{\pi}$ (c) 1 (d) 0

(13) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 2 (b) 0 (c) $2a^2$ (d) 2a

(14) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x^3 - 4} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{-1}{2}$ (d) -2

Q.2 (A) Attempt any two:

କାମି ତି ଉ ଗାପା:

(1) Solve: $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$

ઉકેલ શોધો: $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$

(2) If $f(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{9-x}+\sqrt{x}}$ then Prove that $f(x) + f(9-x) = 1$

જો $f(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{9-x}+\sqrt{x}}$ હોય તો, સાબિત કરો કે $f(x) + f(9-x) = 1$

(3) Evaluate: $3\sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \tan^2 \frac{\pi}{6} + \frac{4}{3} \cot^2 \frac{\pi}{6} - 2\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{3}$:

કિંમત શોધો : $3\sin^2 \frac{\pi}{3} - \frac{3}{4} \tan^2 \frac{\pi}{6} + \frac{4}{3} \cot^2 \frac{\pi}{6} - 2\operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{3}$

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) If $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ then Prove that

જો $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ હોય તો, સાબિત કરો કે

(i) $f(x) \cdot f(-x) = 1$ and (ii) $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

(2) If $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log b$ then Prove that $a = b$

જો $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}\log a + \frac{1}{2}\log b$ હોય તો, સાબિત કરો કે $a = b$

(3) Prove that: $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$

સાબિત કરો કે: $\frac{1}{\log_{xy}(xyz)} + \frac{1}{\log_{yz}(xyz)} + \frac{1}{\log_{zx}(xyz)} = 2$

Q.3 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) Prove that: $\sin 780^\circ \sin 480^\circ + \cos 120^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

સાબિત કરો કે: $\sin 780^\circ \sin 480^\circ + \cos 120^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

(2) Prove that: $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

સાબિત કરો કે: $\tan 55^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}$

(3) Find the equation of a circle with Centre $(-3, -2)$ and area 9π sq. unit.

વર્તુળનું સમીકરણ શોધો કે, જેનું કેન્દ્ર $(-3, -2)$ અને ક્ષેત્રફળ 9π ચો.એકમ છે.

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) Prove that: $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$

સાબિત કરો કે: $\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta-\cos\theta} = \cot\frac{\theta}{2}$

(2) Draw the graph of $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$

આલેખ દોરો : $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$

(3) If $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ and $\vec{c} = (-1, 2, -1)$ then Find the direction cosines of $3\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$.

જો $\vec{a} = (3, -1, -4)$, $\vec{b} = (-2, 4, -3)$ અને $\vec{c} = (-1, 2, -1)$ હોય તો, સદિશ $3\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$ ના દિગ્કોસાઈન શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) If the two vectors $m\vec{i}+2m\vec{j}+4\vec{k}$ and $m\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ are perpendicular to each other then find m.

જો બે સદિશો $m\vec{i}+2m\vec{j}+4\vec{k}$ અને $m\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}$ એકબીજાને લંબ હોય તો, m ની કિંમત શોધો.

(2) Find angle between the two vectors $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ and $-2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$

બે સદિશો $\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ અને $-2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.

(3) Find the equation of line passing through the point (4,3) and perpendicular to the line $4y - 3x + 7 = 0$.

બિંદુ (4,3)માંથી પસાર થતી અને રેખા $4y - 3x + 7 = 0$ ને લંબ હોય તેવી સુરેખાનું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two:

08

ગમે તે બે ગણો:

(1) Find unit vector perpendicular to both vectors $\vec{a} = (3, 1, 2)$ and $\vec{b} = (2, -2, 4)$

સદિશો $\vec{a} = (3, 1, 2)$ અને $\vec{b} = (2, -2, 4)$ બંને ને લંબ હોય તેવા સદિશનો એકમ સદિશ શોધો.

(2) Under the effect of forces $\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ and $2\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$, an Object is displaced from $\vec{i} - \vec{j}$ to $3\vec{i} + \vec{k}$. Find the work done.

બળો $\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ અને $2\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ ની અસર હેઠળ એક પદાર્થનું $\vec{i} - \vec{j}$ થી $3\vec{i} + \vec{k}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(3) Find: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

Q.5 (A) Attempt any two:

06

ગમે તે બે ગણો:

(1) Find: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} \right)$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} \right)$

(2) Find: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{\frac{2x}{3}}$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x} \right)^{\frac{2x}{3}}$

(3) Find: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$
 શોધો: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{x}$

(B) Attempt any two:
 ગમે તે બે ગણો:

08

(1) If two lines $kx + (2-k)y + 3 = 0$ and $2x + (k+1)y - 5 = 0$ are parallel to each other then find the value of k .
 બે રેખાઓ $kx + (2-k)y + 3 = 0$ અને $2x + (k+1)y - 5 = 0$ એકબીજાને સમાંતર હોય તો k ની કિંમત શોધો.

(2) If the measure of the angle between two lines is $\frac{\pi}{4}$ and the slope of one of line is $\frac{3}{2}$ then, find the slope of the other line.
 જો બે રેખાઓ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ $\frac{\pi}{4}$ હોય તથા તેમાંની ની એક રેખાનો ઢાળ $\frac{3}{2}$ હોય તો બીજી રેખાનો ઢાળ શોધો.

(3) Find equation of tangent to the circle $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ at the point $(-1, 2)$
 વર્તુળ $2x^2 + 2y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$ પરના બિંદુ $(-1, 2)$ એ તેના સ્પર્શકનું સમીકરણ શોધો.

***** Best Wishes *****