Seat No. / Enrolment No.:

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

Diploma Engineering – SEMESTER – 1 (NEW) – EXAMINATION – Summer-2025

Subject Code: DI01000021 **Date: 30-05-2025**
Subject Name: Mathematics-I
Time: 10:30 AM TO 01:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt all questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of simple calculators and non-programmable scientific calculators are permitted.**
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks/MCQs using appropriate choice from the given options. **14**
(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો/ બહુવિકલ્પ પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો)

(1) $\log_3 1 =$ ____
a. 1 b. 3 c. 1/3 d. 0

(૧) $\log_3 1 =$ ____
a. 1 b. 3 c. 1/3 d. 0

(2) If $f(x) = e^{x-1}$ then $f(1) =$ ____
a. 0 b. -1 c. 1 d. e

(૨) જો $f(x) = e^{x-1}$ હોય તો $f(1) =$ ____
a. 0 b. -1 c. 1 d. e

(3) $\log_5 125 =$ ____
a. 25 b. 3 c. 125 d. 0

(૩) $\log_5 125 =$ ____
a. 25 b. 3 c. 125 d. 0

(4) If $f(x) = x^3 - 7$ then $f(-2) =$ ____
a. 1 b. -1 c. -15 d. 15

(૪) જો $f(x) = x^3 - 7$ હોય તો $f(-2) =$ ____
a. 1 b. -1 c. -15 d. 15

(5) Principal period of $\cos x$ is ____.
a. 4π b. π c. 2π d. 3π

(૫) $\cos x$ વિધેયનું મુખ્ય આવર્તમાન = ___.
a. 4π b. π c. 2π d. 3π

(6) $150^0 =$ ____

a. $\frac{5\pi}{6}$ b. $\frac{5\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{5}$ d. $\frac{2\pi}{3}$

(૬) $150^0 =$ ____

a. $\frac{5\pi}{6}$ b. $\frac{5\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{5}$ d. $\frac{2\pi}{3}$

(7) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ ____

a. $\frac{\pi}{2}$ b. 1 c. π d. 0

(૭) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ ____

a. $\frac{\pi}{2}$ b. 1 c. π d. 0

(8) $(1,0,0)\times(1,0,0) =$ ____

a. $(1,0,0)$ b. $(2,0,0)$ c. $(1,1,1)$ d. $(0,0,0)$

(૮) $(1,0,0)\times(1,0,0) =$ ____

a. $(1,0,0)$ b. $(2,0,0)$ c. $(1,1,1)$ d. $(0,0,0)$

(9) If $\bar{a} = 4i - 3j$ then $|\bar{a}| =$ ____

a. 0 b. 5 c. 1 d. 7

(૯) જો $\bar{a} = 4i - 3j$ હોય તો $|\bar{a}| =$ ____

a. 0 b. 5 c. 1 d. 7

(10) If a line makes an angle 45^0 with positive x-axis then slope of the line is ____

a. 0 b. -1 c. 1 d. 1/2

(૧૦) જો રેખા ધન x –અક્ષ સાથે 45^0 ના માપનો ખૂણો બનાવે તો તેનો ઢાળ= ___

a. 0 b. -1 c. 1 d. 1/2

(11) Radius of the circle $x^2 + y^2 = 4$ is _____

a. 4 b. 0 c. 1 d. 2

(૧૧) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 4$ ની ત્રિજ્યા= ____

a. 4 b. 0 c. 1 d. 2

(12) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} =$ ____

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

(૧૨) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} =$ ____

a. 1 b. 2 c. 3 d. 4

(13) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x} =$ ____

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

(૧૩) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{x} =$ ____

a. 0 b. 1 c. 2 d. 3

(14) $\lim_{n\to\infty}\frac{5n+4}{4n+5}=$ ____

a. 0 b. 1 c. 5/4 d. 4/5

(૧૪) $\lim_{n\to\infty}\frac{5n+4}{4n+5}=$ ____

a. 0 b. 1 c. 5/4 d. 4/5

Q.2 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) Find value: $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix}$

(૧) કિંમત શોધો: $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{vmatrix}$

(2) Prove that, $\log\left(\frac{x^p}{x^q}\right)+\log\left(\frac{x^q}{x^r}\right)+\log\left(\frac{x^r}{x^p}\right)=0$

(૨) સાબિત કરો કે, $\log\left(\frac{x^p}{x^q}\right)+\log\left(\frac{x^q}{x^r}\right)+\log\left(\frac{x^r}{x^p}\right)=0$

(3) Find value: $\tan\left(75^0\right)$

(૩) કિંમત શોધો: $\tan\left(75^0\right)$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Prove that, $\frac{1}{\log_{12}120}+\frac{1}{\log_2 120}+\frac{1}{\log_5 120}=1$

(૧) સાબિત કરો કે, $\frac{1}{\log_{12}120}+\frac{1}{\log_2 120}+\frac{1}{\log_5 120}=1$

(2) Solve: $\begin{vmatrix}x & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 3\end{vmatrix}=3$

(૨) ઉકેલો: $\begin{vmatrix}x & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 3\end{vmatrix}=3$

(3) If $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ prove that, $(i)\ f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ $(ii)\ f(x)\times f(-x)=1$

(૩) જો $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ હોય તો સાબિત કરો કે, $(i)\ f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0$ $(ii)\ f(x)\times f(-x)=1$

Q.3 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) Prove that, $\frac{\sin(180^0-x)}{\cos(90^0+x)}+\frac{\text{cosec}(180^0-x)}{\sec(90^0+x)}+\frac{\tan(180^0+x)}{\cot(90^0+x)}=-3$

(૧) સાબિત કરો કે, $\frac{\sin(180^0-x)}{\cos(90^0+x)}+\frac{\text{cosec}(180^0-x)}{\sec(90^0+x)}+\frac{\tan(180^0+x)}{\cot(90^0+x)}=-3$

(2) Prove that, $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=45^0$

(૨) સાબિત કરો કે, $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)=45^0$

(3) Find out equation of the line whose X-intercept is 3 and Y-intercept is 2.

(૩) જેનો X-અંત:ખંડ 3 અને Y-અંત:ખંડ 2 હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Prove that, $\tan(70^0)=\frac{\cos(25^0)+\sin(25^0)}{\cos(25^0)-\sin(25^0)}$.

(૧) સાબિત કરો કે, $\tan(70^0)=\frac{\cos(25^0)+\sin(25^0)}{\cos(25^0)-\sin(25^0)}$.

(2) Prove that, $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 3\theta}=\tan 2\theta$.

(૨) સાબિત કરો કે, $\frac{\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 3\theta}{\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 3\theta}=\tan 2\theta$.

(3) If $\bar{a}=(1,2,3),\bar{b}=(4,0,0)$ and $\bar{c}=(2,0,1)$ find $|2\bar{a}+3\bar{b}-5\bar{c}|$.

(૩) જો $\bar{a}=(1,2,3),\bar{b}=(4,0,0)$ અને $\bar{c}=(2,0,1)$ હોય તો $|2\bar{a}+3\bar{b}-5\bar{c}|$ શોધો.

Q.4 (A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) If the vectors $\bar{a}=i-2j+3k$ and $\bar{b}=2i+mj-4k$ are perpendicular, find m.

(૧) જો સદીશો $\bar{a}=i-2j+3k$ અને $\bar{b}=2i+mj-4k$ એકબીજાને લંબ હોયતો m ની કિંમત શોધો.

(2) Find the direction cosines and direction angles of the vector $\bar{a}=5i-12k$.

(૨) સદીશ $\bar{a}=5i-12k$ માટે દિક કોસાઇન અને દિક ખૂણાઓ શોધો.

(3) Find out equation of the circle having center at $(2,-3)$ and radius 3.

(૩) $(2,-3)$ કેન્દ્ર અને 3 ત્રિજ્યા ધરાવતા વર્તુળ નું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Show that, the angle between vectors $\bar{a}=i+2j$ and $\bar{b}=i+j+3k$ is $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$.

(૧) સાબિત કરો કે, સદીશો $\bar{a}=i+2j$ અને $\bar{b}=i+j+3k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\sqrt{\frac{46}{55}}$ છે.

(2) Under effect of the forces $2i+j+k$ and $i+3j-k$ a particle moves from the point $(1,2,-3)$ to the point $(5,3,7)$. Find out work done.

(૨) $2i+j+k$ અને $i+3j-k$ બળો ની અસર તળે એક કણનું બિંદુ $(1,2,-3)$થી બિંદુ $(5,3,7)$પર સ્થાનાંતર થાય છે. તો થયેલ કાર્ય શોધો.

(3) Evaluate: $\lim_{x\to 0}\frac{2^x-5^x}{x}$

(૩) કિંમત શોધો: $\lim_{x\to 0}\frac{2^x-5^x}{x}$

Q.5

(A) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **06**

(1) Evaluate: $\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{3x}{7}\right)^{\frac{1}{x}}$

(૧) કિંમત શોધો: $\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{3x}{7}\right)^{\frac{1}{x}}$

(2) Evaluate: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

(૨) કિંમત શોધો: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$

(3) Evaluate: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$

(૩) કિંમત શોધો: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$

(B) Attempt any two (કોઇપણ બે ના જવાબ આપો) **08**

(1) Find out equation of the line passing through points $(1,2)$ and $(2,1)$.

(૧) $(1,2)$ અને $(2,1)$ માંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(2) Find equation of the line that passes through $(-3,2)$ and parallel to the line $x-2y+1=0$

(૨) $x-2y+1=0$ ને સમાંતર અને $(-3,2)$ માંથી પસાર થતી હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(3) Find out center and radius of the circle: $x^2+y^2+6x-4y-3=0$

(૩) વર્તુળ $x^2+y^2+6x-4y-3=0$ ના કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.